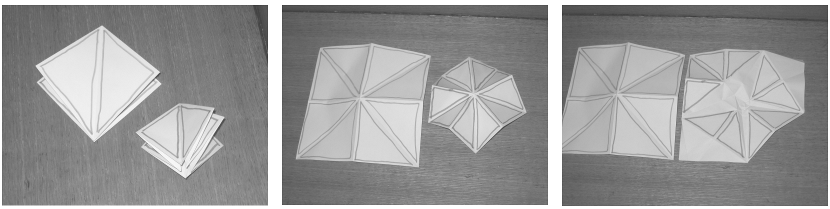
Origami tra arte e tecnologia

Una delle prime domande che mi sono posto, quando ho cominciato a piegare origami complessi, è come fosse possibile che l'autore sapesse, all'inizio di un modello, che certe pieghe l'avrebbero portato proprio ad ottenere quel particolare modello... e non nascondo che per anni non sono riuscito a darmi una risposta soddisfacente. In effetti, ci sono diversi modi per inventare un origami... giochicchiando con la carta fino a "intravvedere" una qualche figura promettente, oppure piegando un modello noto e, a causa di qualche errore, ottenere qualcosa di diverso. Oppure è possibile progettarlo, cercando via via di studiare la struttura dell'oggetto che si vuole piegare, riportandola sul foglio di carta... e piegando! Detto così sembra una presa in giro, ma negli ultimi anni certe tecniche matematico-geometriche hanno via via permesso di capire sempre meglio alcuni di questi passaggi, fino a giungere ad una loro formalizzazione. Una maniera un po' brutale per capire la struttura di un modello coincide con la mossa preferita da molti origamisti: "**riapri tutto!**". Sul foglio riaperto, le tracce lasciate dalle pieghe (il *crease pattern* in inglese, *mapa de cicatrices* in spagnolo) permettono ad un'attenta analisi di capire strutture che altrimenti sembrano nascere dal nulla. Un esempio molto illuminante è la base a 5 punte di Montroll, in pratica una base quadrata con 5 alette invece di 4! Ricordo lo stupore nel trovarmi in mano per la prima volta questa base così anomala, senza capire da dove saltasse fuori... quando sarebbe bastato segnare le posizioni delle alette con un pennarello e riaprire tutto, per scoprire le geometrie che permettevano questa magia...

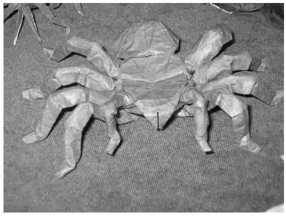


base quadrata e base a 5 punte di Montroll; riaprendo il modello si identifica la posizione delle alette nel foglio. In pratica, le 5 coppie di triangoli "visibili" vengono disposte nel quadrato in modo da formare un pentagono (irregolare); il resto della carta è qualcosa in più che deve essere nascosto all'interno del modello.

L'argomento principe di questo articolo riguarda il come ottenere da un foglio di carta un numero voluto di punte, magari ognuna con la lunghezza desiderata, cercando di rivisitare il percorso tracciato da

figura di Joisel

alcuni origamisti. Ma visto che parlare di punte sembra piuttosto riduttivo, astruso e poco artistico, prima di cominciare ecco alcuni esempi di punte, piegate in modo da formare appendici di vario tipo. Da queste foto è chiaro che ottenere delle punte (ad esempio zampe, muso o corna di un'animale) non sia sufficiente... ci vogliono anche l'armonia delle proporzioni, la rifinitura delle punte per trasformare un origami in un'opera d'arte...

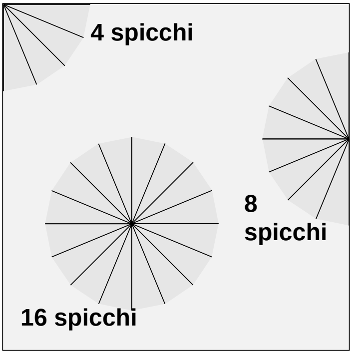


tarantola di Lang

Molti libri di origami non dicono nulla sul processo che ha portato l'autore ad ideare certi modelli, o sulle basi utilizzate: contengono solo diagrammi. Altri libri sono arricchiti da osservazione su come l'autore ha elaborato certi passaggi; recentemente, accanto a modelli complessi appare sempre più spesso il crease pattern, ovvero il foglio riaperto in cui compaiono le tracce delle pieghe principali, dal quale è possibile dedurre qualche informazione sulla struttura del modello (e, in alcuni casi, dal crease pattern l'origamista tenace può ricreare il modello). A parte la letteratura giapponese, sicuramente esistente ma di difficile lettura, due autori occidentali hanno affrontato più di altri il tema della progettazione di origami: Peter Engel in ***Origami fron Angelfish to Zen*** (1989) e Robert Lang in ***Origami Design Secrets*** (2003).

Quasi tutta la teoria e la geometria origami è stata sviluppata sotto la condizione che il foglio rimanesse piatto (flat folding). Questo è un limite, perchè molti origami non sono piatti, ma allo stesso tempo una risorsa, perchè almeno si sono potuti ottenere dei risultati molto importanti. Non tutto è stato già stato scoperto, anzi... e alcuni settori dell'origami, ad esempio quello dei modulari, non è stato ancora formalizzato. Le recenti conferenze su origami, scienza, arte e tecnologia (Italia 1989, Giappone 1994, California 2001, California settembre 2006) sono una riprova del crescente interesse su questa meteria.

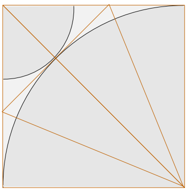
Esistono 3 posizioni in cui mettere una punta: in un angolo, su un lato, o all'interno del foglio. Una punta posizionata in P e avente



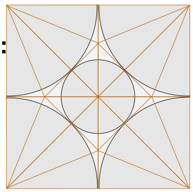
carta usata per tre posizioni di una punta nel foglio

lunghezza L, per essere libera ha bisogno idealmente di tutta la carta contenuta nel cerchio centrato in P e avente raggio L. Chiaramente, se una punta viene posizionata sul bordo del foglio, userà meno carta in quanto parte del cerchio cade all'esterno del foglio stesso. Ne segue che esistono posizioni più favorevoli di altre - sia in termini di complessità e difficoltà del modello, sia in termini di numero di strati di carta - per mettere almeno alcune delle punte del modello.

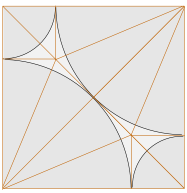
Le basi origami classiche (aquilone, pesce, gru, rana) forniscono un numero noto di punte (ad esempio la base della gru fornisce 4 punte lunghe e una corta), e possono essere usate per costruire modelli che abbiano proprio quel numero di punte... reali. In realtà alcune punte possono essere “finte”, cioè un crimp posizionato in maniera sapiente può dare l'illusione di un arto appoggiato al corpo. Ad esempio, la base della gru è molto efficace per ottenere uccelli, modellati con testa, coda e ali (la gru) oppure testa, coda e zampe, usando l'espediente di fare delle ali “finte” che risulteranno appoggiate al corpo. Volendo usare la stessa base per ottenere un animale a 4 zampe, bisogna “inventarsi” qualche trucchetto... e questo spiega come esistano giraffe origami con sole 3 zampe (o che abbisognino di un taglio per ottenere la quarta)!



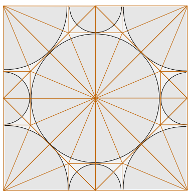
base dell'aquilone:
1 punta grande
+ 1 piccola



base della gru:
4 punte grandi
+ 1 piccola



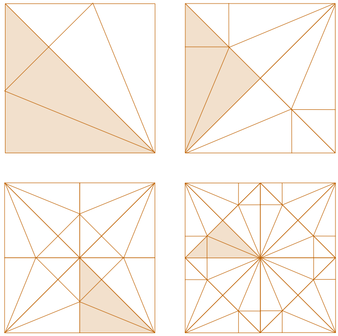
base del pesce:
2 punte grandi
+ 2 piccole



base della rana:
5 punte grandi
+ 4 piccole

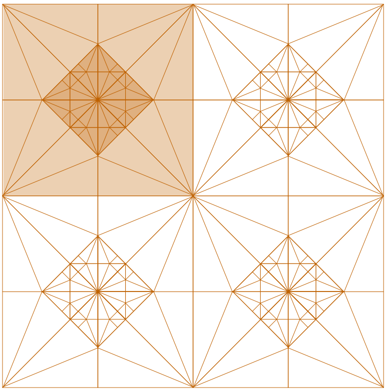
le 4 basi classiche: ogni cerchio (o arco di cerchio) rappresenta una punta

Per ottenere più punte a partire dalle basi note, è possibile combinare queste ultime in diverse maniere. Nel suo libro, **Peter Engel** presenta una serie di modelli e, nella lunghissima e preziosa introduzione, ne pubblica tutti i crease pattern. Lui nota come molto spesso, in natura, la stessa struttura ricorra più volte a diverse scale, e come questa composizione ricorsiva porti ad ottenere oggetti anche molto complessi. Quindi si chiede se sia possibile ottenere fenomeni simili anche in origami... e subito comincia un'analisi appassionata in cui osserva, ad esempio, come tutte le basi classiche siano composte dallo stesso tassello triangolare, che si ripete in diverse combinazioni, a diverse scale, e fornisce diverse strutture. Nota anche come ci sia una relazione tra numero di tasselli e numero di punte lunghe ottenibili.. anche se questa relazione non è promettente come apparirebbe dalle prime 3 basi, nelle quali le punte sono la metà dei tasselli:



il tassello triangolare che compone tutte le basi classiche

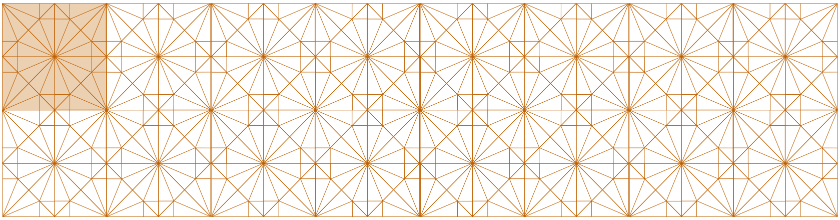
aquilone:	2 tasselli,	1 punta;
pesce:	4 tasselli,	2 punte;
gru:	8 tasselli,	4 punte;
rana:	16 tasselli,	5 punte.



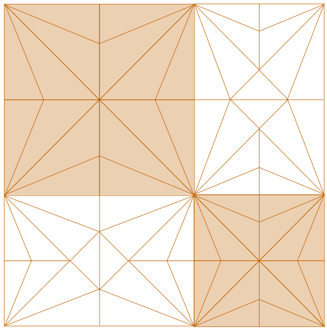
crease pattern della piovra di Engel: è stata evidenziata una base della rana nel centro di una delle basi della gru

Dopo aver letto l'introduzione, sembra quasi ovvio che sia possibile comporre in una miriade di modi le basi note e, in effetti, quasi tutti i modelli del libro sono ottenuti in questo modo.

Ad esempio, la piovra è composta da 4 basi della gru, ognuna delle quali contiene una base della rana; il granchio da 4 basi della rana; il cavaliere a cavallo da 16 basi del pesce, l'alligatore da due basi della gru di dimensioni differenti e – a riempimento – due basi della gru distorte. Infine, il centipede è composto da un rettangolo riempito con una serie di basi della rana (o 4 granchi in successione): vedremo più



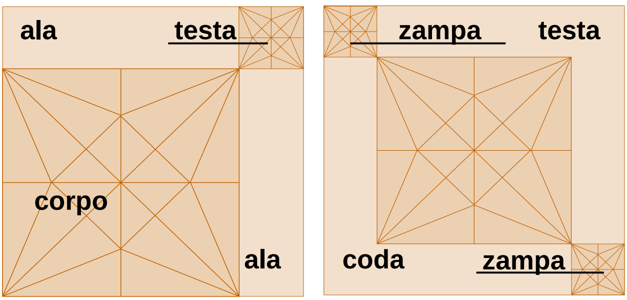
il centipede di Engel è una doppia catena di basi della rana; il primo blocco 2x2 (un quarto del centipede) corrisponde al granchio



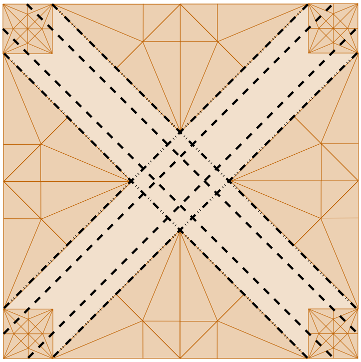
l'alligatore di Engel: due basi della gru di dimensioni diverse, più due distorte

avanti che questo non è l'unico modo (anche se indubbiamente è il più naturale) di ottenere una figura lunga con tante zampette..

Lang estende questa tecnica, chiamata **grafting**, e come primo esempio prende due modelli: il drago di Neale e una testa di drago di Kasahara, entrambi prodotti a partire da una base della gru. Invece di comporre semplicemente i due moduli, il suo approccio consiste nell'accostare idealmente i due quadrati, riempire lo spazio che manca con due rettangoli e ottenere un quadrato più grande che comprende il tutto. La carta in eccesso viene utilizzata in maniera molto efficace per dare volume alle ali del dragone risultante, che ora prende il nome di KNL dalle iniziali dei tre origamisti che hanno contribuito alla sua nascita. E' degno di nota che con questa tecnica (illustrata anche negli esempi successivi) si può prendere un modello che già esiste e – con poco sforzo – modificarlo per aggiungere dei dettagli, senza alterare in modo significativo né la struttura del



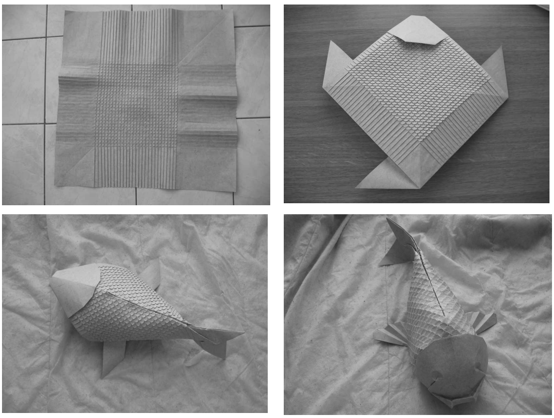
dragone KNL (sinistra) e uccellino (destra); in entrambi i casi le piccole basi della gru permettono di aggiungere dettagli; la carta in eccesso può essere usata per modellare meglio ali (drago), coda e testa (uccellino) modello né la sequenza di piegatura principale. Nel secondo esempio Lang vuole aggiungere dettagli ad un modello esistente, in questo caso un uccellino realizzato con la base della gru. Due piccole basi della gru accostate alle zampe consentono di ottenere le dita; la carta in più che compone il quadrato finale viene utilizzata per arricchire testa e coda del modello.



base della rana, modificata per aggiungere le dita

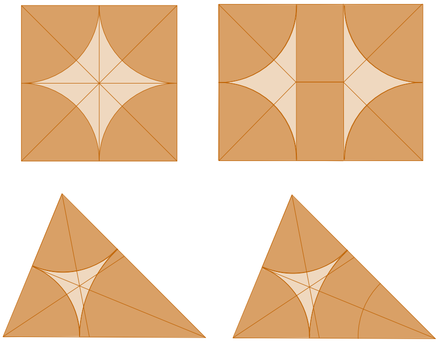
Un'altra maniera di ottenere un effetto simile, aggiungendo dita alle zampe di una rana, consiste nel prendere la base della rana, aggiungere quattro piccole basi della gru (una per zampa), e idealmente tagliare la base della rana in modo da "includere" meglio i quattro quadratini. Alla fine, due crimp lungo le diagonali principali permettono di riottenere la base della rana, nella quale gli strati aggiuntivi di carta alle estremità consentono di ottenere i dettagli voluti.

Un’altra modifica che non tocca la struttura del modello base, ma lo arricchisce in maniera spettacolare è nota come **pattern grafting**. E’ inutile sottolineare come le tassellazioni in generale abbiano un fascino assolutamente particolare, che forse deriva dalla rassicurante ripetitività del motivo base, o forse dal richiamo all’infinito che ogni tassellazione porta con sé. Riuscire a “vestire” un modello – ad esempio il koi – con una tassellazione che ricorda le scaglie del pesce aggiunge un elemento di vita al modello. Il koi esiste in due versioni, con o senza le scaglie. Per ottenere il modello completo di scaglie, si individua nel crease pattern la zona che dovrà esserne ricoperta, si fanno alcuni conti (le scaglie sono ottenute come incroci tra crimp orizzontali e verticali; ogni crimp consuma un po’ di carta), si prende un foglio più grande e



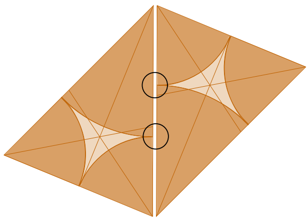
sequenza di piegatura per il koi con le scaglie si piegano tutte le scaglie sul foglio quadrato. Ne risulta un quadrato più piccolo, che dovrebbe avere le scaglie solo – o quasi – nella zona voluta; infine si applica la stessa sequenza di piegatura del koi normale. E' superfluo commentare come il modello – anche in passi intermedi della lavorazione – acquisti una bellezza tutta particolare per via delle scaglie stesse.

Estendendo il concetto dei tasselli di Engel, Lang si chiede quali altrii elementi base – o **molecole** – possano esistere. Oltre ai triangoli già visti – triangoli particolari, in quanto rettangoli-isosceli – è possibile operare facilmente con quadrati, rettangoli, e triangoli generici. Notare che ad ogni punta di queste molecole corrisponde un arco di cerchio che identifica una punta nel modello finale; inoltre, archi di cerchio che si toccano nel crease pattern risultano avere origine nello stesso punto del modello. La striscia centrale del rettangolo ha l’effetto di staccare le punte a due a due (può diventare il corpo di un animale, separando le zampe davanti da quelle dietro); notare che anche il triangolo può essere visto con due punte piccole e una punta grande, oppure con tre punte piccole e una striscia che separa una punta dalle altre due, proprio come succedeva per il rettangolo.



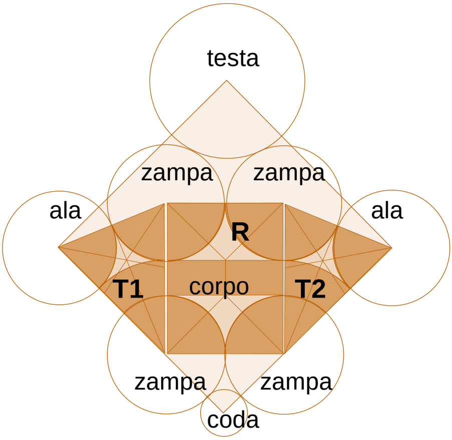
le molecole semplici: quadrato, rettangolo, triangolo

Due molecole possono essere accostate in maniera efficace solo in condizioni particolari, e cioè quando i cerchi e le strisce si prolungano da una molecola all'altra. Nel caso mostrato in figura questo non succede: i due cerchietti evidenziano come i cerchi delle due molecole non possano prolungarsi l’uno nell’altro: questo significa che le due punte lunghe dei due triangoli non potranno essere realizzate interamente (potranno dar luogo a punte più piccole), in quanto non è possibile prolungare l'arco di cerchio corrispondente nella molecola vicina. Giocare con le molecole in questo modo permette un primo cambio di prospettiva: è possibile dimenticarsi delle basi note, e considerare le molecole come dei mattoncini da utilizzare a piacimento per costruire qualcosa di completamente nuovo.



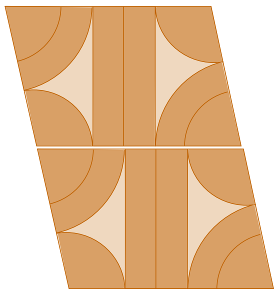
due molecole che non possono essere accostate

Sempre Lang ci offre un esempio: il punto di partenza è il rettangolo R già visto, che fornisce 4 punte, separate a due a due (diventeranno zampe, separate dal corpo). L'aggiunta di due triangoli T1 e T2 “compatibili” a destra e a sinistra, oltre a prolungare i cerchi e la striscia esistente, fornisce due nuove punte (ali). Ora, costruendo un quadrato che contenga le molecole utilizzate, e completando i cerchi, si vede come sia possibile posizionare due altre punte (testa e coda). La struttura risultante permette la realizzazione di un cavallo alato: il pegaso. Notare che i cerchi che in parte escono dal quadrato daranno origine a delle punte meno spesse.

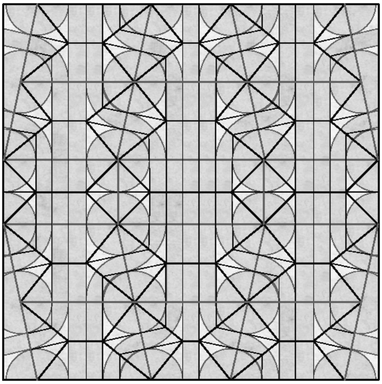


costruzione della struttura del pegaso

Le molecole viste non sono le uniche esistenti: altre figure geometriche possono portare a nuove molecole, per le quali si pone il problema di trovare una disposizione conveniente di cerchi e strisce. Ad esempio, usare un parallelogramma può portare a qualche sorpresa... in ognuno dei parallelogrammi evidenziati in figura ci sono 4 punte, ognuna separata dalle altre tre da una o più strisce. Ogni nuovo parallelogramma aggiunto consente di ottenere due nuove punte, anch'esse separate da tutte le precedenti. Estendendo questa struttura si possono ottenere quante zampe si vogliono, a partire da un quadrato! Lang ha scoperto questa struttura quasi per caso, utilizzando Treemaker – un software creato da lui stesso capace di ottimizzare posizioni di cerchi in un quadrato – e chiedendogli di generare la struttura di un centipede. L’uscita del programma è stato qualcosa di estremamente disordinato, ma nel quale spiccavano un paio di parallelogrammi “puliti” come quelli in figura. L’artista ha quindi studiato questa struttura e “riordinato” il crease pattern finale. In questo modo si è realizzato un salto evoluzionistico, in quando il centipede nasce da un quadrato e non più da un rettangolo! Focalizzandosi solo sulla metà destra del crease pattern della figura (per la quale ringrazio

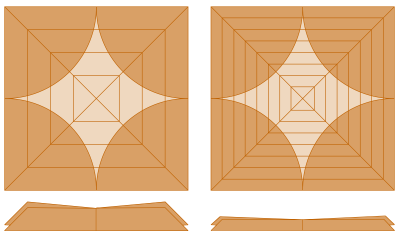

molecole sorprendenti:
i parallelogrammi

Lang) ci sono 12 punte, che corrispondono alle 10 zampe destre, più 2 antenne destre. Notare che le punte sono su due colonne, ma avrebbero potuto essere state disposte con la stessa tecnica su un numero maggiore di colonne, e ogni colonna avrebbe avuto un numero maggiore di cerchi perchè questi sarebbero stati più piccoli. In definitiva, il modello finale non è esteticamente piacevole a causa dei troppi strati di carta sovrapposti, ma in teoria non c'è limite al numero di zampe che il centipede può avere. Oltre alle molecole viste, Lang propone sequenze di piegatura capaci di gestire qualsiasi quadrilatero.



il centipede di Lang

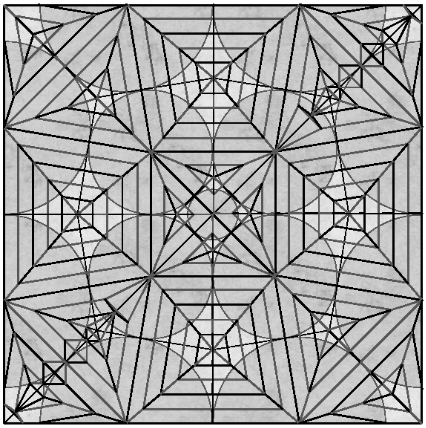
Per quanto riguarda la fase di piegatura del modello, è degno di nota come le pieghe all'interno di una molecola risultino **indipendenti** dalle pieghe delle molecole adiacenti: quindi, se uno impara a conoscere – e piegare – alcune molecole, in linea di principio può costruire ogni modello che contenga solo molecole note. Del resto, succede grosso modo la stessa cosa anche per i modelli di Engel: le singole parti, corrispondenti a basi note, vengono piegate come le basi stesse. Per quanto riguarda la lunghezza di una punta, è utile notare un fatto. Data una molecola di una certa dimensione fissata, ad esempio un quadrato di lato 16 cm, questo fornisce 4 punte uguali di lunghezza pari a 8 cm. Ma quello che in realtà si nota, nel modello finale, non è tanto la lunghezza assoluta, quanto il rapporto tra la lunghezza e la larghezza di una punta. Se le punte in questione sono state piegate 2 volte (sink in quarti) avremo una larghezza di 2 cm; se si piegano 3 volte (sink in ottavi) la larghezza sarà pari a 1 cm, e quindi la sensazione visiva sarà quella di avere una punta lunga il doppio della precedente (e anche il suo spessore sarà doppio).



la lunghezza di una punta è relativa

Siamo ora di fronte ad un secondo passaggio, ancora più potente del primo. Una volta capito che le molecole possono essere organizzate a piacere, uno potrebbe focalizzare l'attenzione sulla **disposizione dei cerchi**, piuttosto che sulle molecole. Siccome ad ogni cerchio di raggio R corrisponde una punta che avrà lunghezza R, è sufficiente trovare una disposizione di cerchi di dimensioni opportune all'interno del quadrato. Volendo complicare il problema (ma qui non c'è abbastanza spazio per farlo), si dovrebbero considerare anche le strisce che servono a separare gruppi di punte tra loro, quindi a dare una struttura topologica al modello. In condizioni particolari, la configurazione di cerchi individua un insieme di molecole: infatti se due cerchi sono adiacenti, il segmento che unisce i due centri diventa una piega principale del modello (come si vede nel crease pattern della tarantola di Lang), e l'insieme delle pieghe principali individua le molecole. Possono esistere molecole a N lati, che possono essere difficili da gestire, ma fortunatamente si può dimostrare che, con l'aggiunta di cerchi "di lavoro" in posizioni opportune, ci si può sempre riportare a molecole con 3 o 4 lati, per le quali esistono metodi di piegatura noti.

Esistono algoritmi furbi per trovare disposizioni ottimali, ma spesso basta un po' di esperienza per arrivare a configurazioni ragionevoli. La bellezza di un modello viene quindi a dipendere anche dall'eleganza della soluzione trovata. Un esempio è la tarantola: nel suo libro Lang riporta una dozzina di possibili configurazioni, ma quella che alla fine viene scelta ha l'interessante proprietà che tutte le zampe, centrate sulle punte di un ottagono regolare, hanno lo stesso spessore. In altre parole, non esistono zampe innaturalmente piu' "spesse" di altre. Quindi i 4 cerchi centrali modellano i due pedipalpi, l'addome, il torace.



Lang: crease pattern della tarantola

Prima della formalizzazione della teoria dei cerchi esistevano comunque modelli complessi, alcuni dei quali sfruttavano il cosiddetto "box pleating", ovvero strutture decisamente favorevoli di pieghe, che risultano essere quasi tutte orizzontali, verticali o a 45 gradi. I modelli che si ottengono con questa tecnica sono solo lievemente meno "ottimizzati" dei corrispondenti ottenibili con la tecnica dei cerchi. Fanno parte di questa famiglia numerose figure umane di Neal Elias, come l'*ultimo valzer*, i personaggi dell'*orchestra* di Luigi Leonardi, il *Black Forest Cuckoo Clock* di Robert Lang, e più recentemente il gruppo di *gnomi suonatori* di Eric Joisel.